不動産上場投資信託における投資ポートフォリオ決定支援手法に関する研究

1X16C099-6　濱田泰宏
指導教員　後藤正幸

1. 研究背景・目的

収益性の向上を求める投資家は，近年，不動産上場投資信託 (以下，REIT) に注目している．REIT とは，投資家が出資した資金で取得した不動産から生じる売却益・賃貸収入を分配する金融商品である．しかし，投資には多額の損失を被るリスクがあるため，投資家はこのリスクを分散し，損失を避ける必要がある．これに対して一般的には，価格変動の傾向が異なるあるいは反対の値動きをする銘柄に分散して投資する手法が知られている．REIT 銘柄のうち，すでに運用中の銘柄とは価格変動の傾向が異なる銘柄をポートフォリオに組み込むことが，リスクの分散に有効である．ここで，価格変動の差異は銘柄ごとの価格の動きから観察でき，各銘柄の価格変動の相関によってそれらの類似度が評価できると考えられる．一般的に，価格変動の類似度として，同時点における 2 銘柄の価格をデータ対として計算した相関係数が知られているが，局所的なノイズによる影響を受けやすいため，相関を適切に評価できていない可能性がある．そのため，価格変動の相関をより精度よく評価できる手法を導くことができれば，リスク分散を図るポートフォリオの参考となり，収益性の向上が期待できる．

そこで本研究では，ある程度のノイズが混入しても銘柄間の相関係数を精度よく推定可能な新しい手法を提案し，REIT のポートフォリオを構築する際の銘柄選択を支援することを目的とする．具体的には，提案手法では，投資家の間で一般的に用いられている相場理論をもとに，金融商品の価格変動は複数の正弦波 [1] を重ね合わせた波 (以下，合成波) で表せると仮定する．そして，銘柄の価格時系列データを合成波でモデル化し，2 つの合成波に対する相関係数の理論式を導出する．本研究では，実データを加工した投資シミュレーション実験を通じて，提案手法の有用性を示す．

2. 準備

本研究では，正弦波の概念を用いて価格変動をモデル化する．長さ T_0 の正弦波は式 (1) で表される時刻 t の関数であり ($t = 0, 1, \cdots, T_0 - 1$)，正弦波は，波の大きさを表す振幅 A，波が 1 周する間隔を表す角周波数 ω，周期における波の位置を表す位相 α $(0 \leq \alpha < 2\pi)$ の 3 つのパラメータで構成されている．

$$z_t = A \sin(\omega t + \alpha) \tag{1}$$

一方で，相場理論に基づけば，価格変動は 1 つの正弦波ではなく，合成波によってモデル化できると考えられる．また，一般の時系列データはフーリエ変換 [1] を用いることで，合成波として表すことができる．ここで，フーリエ変換とは，正弦波の式を時刻 t の関数から角周波数 ω の関数に変換することであり，合成波 x_t を単純な正弦波の和に分解し，各正弦波のパラメータを推定する手法である．角周波数が ω であるときの振幅を A_ω としたとき，x_t は式 (2) で表され，これを式 (3) のように変形する処理がフーリエ変換である．ただし，i は虚数単位を表す．

$$x_t = \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} A_\omega e^{i\omega t} \tag{2}$$

$$A_\omega = \sum_{t=0}^{T_0-1} x_t e^{-\frac{2\pi i \omega t}{T_0}} \tag{3}$$

3. 提案手法

局所的なノイズの影響を受けやすい相関係数では，真の相関を適切に推定できていない可能性がある．そこで，相場理論に基づき，ある銘柄の価格変動を合成波で表現してから相関係数に換算する手法を提案し，各銘柄の類似度を表現する．価格データを直接用いて相関係数を計算しないことで，ノイズの影響を軽減することが期待できる．ここで，銘柄 X,Y の時刻 t における価格を x_t, y_t とする．通常，時系列理論における合成波の期待値は 0 と仮定されているが，価格は常に正の値をとることから，REIT 銘柄の合成波の平均値を 0 とすることは適切でない．そこで，x_t, y_t の平均値を 0 に基準化した系列を $\widetilde{x_t}$,$\widetilde{y_t}$ とすると，$\widetilde{x_t}$,$\widetilde{y_t}$ は次の式 (4) で表せる．

$$\begin{cases} \widetilde{x_t} = \sum_{k=1}^{K} A_k \sin(\omega_k t + \alpha_k) \\ \widetilde{y_t} = \sum_{k=1}^{K} B_k \sin(\omega_k t + \beta_k) \end{cases} \tag{4}$$

ただし，合成波 $\widetilde{x_t}$,$\widetilde{y_t}$ は K 種類の正弦波から構成されるとし，k 種類目 $(k = 1, 2, \cdots, K)$ の正弦波の角周波数を ω_k，振幅を A_k,B_k, 位相を α_k,β_k とする．角周波数が ω_k である正弦波が含まれない場合は振幅を 0 とする．このとき，$\widetilde{x_t}$ と $\widetilde{y_t}$ の相関係数は式 (5) で表せる．

$$r_{\widetilde{x_t}\widetilde{y_t}} = \frac{\sum_{t=0}^{T_0-1} \widetilde{x_t}\widetilde{y_t}}{\sqrt{\sum_{t=0}^{T_0-1} \widetilde{x_t}^2 \times \sum_{t=0}^{T_0-1} \widetilde{y_t}^2}} \tag{5}$$

ここで，式 (5) の分子を加法定理を用いて整理すると，式 (5) は式 (6) で表せる．

$$\sum_{t=0}^{T_0-1} \widetilde{x_t}\widetilde{y_t} = \sum_{k=1}^{K} \frac{\pi}{\omega_k} A_k B_k \cos(\alpha_k - \beta_k) \tag{6}$$

次に，式 (5) の分母を加法定理及び倍角の公式を用いて整理すると，以下の式 (7) のように表すことができる．

$$\begin{cases} \sum_{t=0}^{T_0-1} \widetilde{x_t}^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{\pi}{\omega_k} A_k^2 \\ \sum_{t=0}^{T_0-1} \widetilde{y_t}^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{\pi}{\omega_k} B_k^2 \end{cases} \tag{7}$$

以上から，式 (5) は式 (8) のように変形することができる．

$$r_{\widetilde{x_t}\widetilde{y_t}} = \frac{\sum_{k=1}^{K} \frac{A_k B_k}{\omega_k} \cos(\alpha_k - \beta_k)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{K} \frac{A_k^2}{\omega_k} \sum_{k=1}^{K} \frac{B_k^2}{\omega_k}}} \tag{8}$$

本研究では，式 (8) を相関係数の新しい推定手法として提案する．これにより，ノイズの影響を受け難くなることが期待できる．

4. シミュレーション実験

従来の相関係数と比較して提案手法がノイズの影響を受け難いことを示すため，シミュレーション実験による評価を行う．この実験では，investing.com[2] から取得した価格データをもとに，正規ノイズを加えた価格を生成し，相関係数の推定精度を評価する．このとき，相関係数の変化が小さいほどノイズの影響を受け難く，優れていると考えられる．

4.1. シミュレーション条件

REIT 銘柄 $X(8953)$ と日本国債 Y の相関係数を分析対象とする．( ) 内の数字は，東証の銘柄コードを示す．また，データ期間は 2011 年 6 月 21 日から 2019 年 10 月 29 日までの 2048 日間である．これらの価格データから推定した合成波のモデル $\widetilde{x_t},\widetilde{y_t}$ を用いて T 日間の価格 x_t, y_t を生成し，相関係数の推定精度を評価する．

時刻 t におけるノイズは，それぞれ分散 σ_x^2 と σ_y^2, 平均 0 の正規分布に従うと仮定する．ただし，発生させるノイズ ϵ_{x_t} と ϵ_{y_t} は各時点で独立とし，σ_x と σ_y は時間によらず一定とする．また，分散の大きさを相対的に等しくするため，σ_x と σ_y は，合成波の平均値 C_x と C_y の p 倍とする．このとき，x_t, y_t は式 (9) で表される．

$$\begin{cases} x_t = C_x + \sum_{k=1}^{K} A_k \sin(\omega_k t + \alpha_k) + \epsilon_{x_t} \\ y_t = C_y + \sum_{k=1}^{K} B_k \sin(\omega_k t + \beta_k) + \epsilon_{y_t} \end{cases} \tag{9}$$

この方法によって T 日間の価格データを N 回生成する．n 回目のデータ $(1 \leq n \leq N)$ に基づき，提案手法及び従来手法それぞれの相関係数 r'_n,r_n を算出する．また，p=0 であるノイズを考慮しない場合の相関係数を r'_0,r_0 とする．このとき，それぞれの平均相対誤差 e',e は式 (10) で表される．

$$e' = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\frac{|r'_n - r'_0|}{r'_0}, \quad e = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\frac{|r_n - r_0|}{r_0} \tag{10}$$

本実験では K=1024,N=50,T=256 とし， p は 0 %から 4 %まで 0.1 %ずつ変化させてシミュレーションする．

4.2. シミュレーション結果

提案手法と従来手法を用いてシミュレーションにより生成したデータを適用して得られた結果を図 1 に示す．

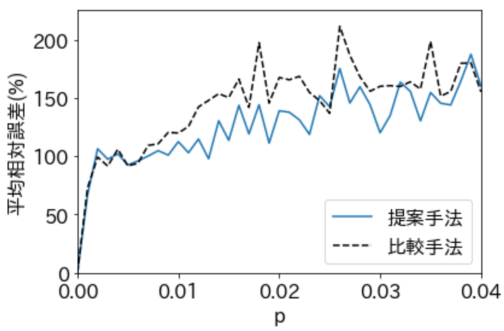

図 1: シミュレーション結果

従来手法と比較して平均相対誤差が小さいことから，提案手法が優れていることが分かる．つまり，提案手法はノイズの影響を受け難い相関係数の推定法であると考えられる．

5. 実データ分析

提案手法が，様々な資産クラスに属する銘柄の類似度を適切に評価できることを示すために，investing.com[2] から取得した価格データに適用して分析を行う．また，従来の相関係数と比較することで提案手法の有用性を示す．

5.1. 分析条件

分析対象商品として，REIT28 銘柄，株式 (1306)，国債，純金 (1540)，原油 (1671) の価格データを用いた．データ期間及び K の値は前章の実験と同一である．

5.2. 分析結果

分析結果を表 1 に示す．ここで，表における R1,R2,R3 はそれぞれ REIT 銘柄 (順に 8953,8964,8979) を表しており，表内の値は相関係数を表している．ただし，提案手法の結果を上段，従来の相関係数を下段に示した．

表 1: 実験結果

銘柄	R1	R2	R3	株式	国債	純金	原油
R1	1	0.94 0.91	0.88 0.86	0.75 0.72	0.66 0.68	0.03 0.25	-0.42 -0.40
R2	-	1	0.92 0.86	0.57 0.58	0.41 0.44	-0.10 0.18	-0.13 -0.10
R3	-	-	1	0.61 0.65	0.42 0.49	0.11 0.37	-0.09 -0.12
株式	-	-	-	1	0.91 0.81	0.30 0.27	-0.76 -0.62
国債	-	-	-	-	1	0.33 0.29	-0.91 -0.80
純金	-	-	-	-	-	1	-0.36 -0.26
原油	-	-	-	-	-	-	1

ここで，純金と原油は，REIT・債券・株式等と反対の価格変動をするといわれている．表 1 から，提案手法では，多くの場合において原油と他の商品の相関係数がより小さくなることが示された．しかし，純金と他の商品の相関係数はより小さくなったものの，両手法とも正の値が大半を占めている．一方，REIT 銘柄間の相関係数はより大きくなっていることから，価格変動を合成波でモデル化することにより，金融資産間の違いを適切に表現できている．つまり，提案手法は，それぞれの金融資産における価格変動の性質を考慮した相関係数であると考えられる．

6. まとめと今後の課題

本研究では，REIT 投資を検討中の投資家を支援するため，ノイズの影響をより受け難い相関係数の推定手法を提案した．実際の価格データ及びシミュレーション実験により，提案手法の有用性を示した．提案手法において運用中の銘柄との相関係数が小さい REIT 銘柄を新たに組み込むことで，リスク分散を図ったポートフォリオが期待できる．

今後の課題として，資産クラスを考慮した相関係数の提案などが挙げられる．

参考文献

[1] Hinich M. J. , Patterson D. M. , "Evidence of nonlinearity in daily stock returns",*Journal of Business & Economic Statistics*, Vol.3, No.1, pp.69-77, 1985.

[2] investing.com,https://jp.investing.com/markets